Statistika Non Parametrik

1. Pendahuluan

Kelebihan Uji Non Parametrik:
- Perhitungan sederhana dan cepat
- Data dapat berupa data kualitatif (Nominal atau Ordinal)
- Distribusi data tidak harus Normal

Kelemahan Uji Non Parametrik:
- Tidak memanfaatkan semua informasi dari sampel (Tidak efisien)

Kelemahan diperbaiki dengan menambah ukuran sampel

Beberapa Uji Non Parametrik yang akan dipelajari :
- Uji tanda berpasangan
- Uji Peringkat 2 Sampel Mann-Whitney
- Uji Peringkat 2 Sampel Wilcoxon
- Uji Korelasi Peringkat Spearman
- Uji Konkordansi Kendall
- Uji Run(s)

2. Uji Tanda Berpasangan

Uji dilakukan pada 2 sampel terpisah (independen)
- tanda (+) $\rightarrow$ data pada sampel 1 > pasangannya sampel 2
- tanda (–) $\rightarrow$ data pada sampel 1 < pasangannya sampel 2
- tanda Nol (0) $\rightarrow$ data pada sampel 1 = pasangannya sampel 2

Tanda Nol ***tidak digunakan*** dalam perhitungan

Notasi yang digunakan :
n = banyak tanda (+) dan tanda (–) dalam sampel

$\bar{p}$ = proporsi SUKSES dalam sampel
$\bar{q} = 1 - \bar{p}$

p_0 = proporsi SUKSES dalam H_0
$q_0 = 1 - p_0$

Standar Error = Galat Baku = $\sigma_{\bar{p}} = \sqrt{\dfrac{p_0 \times q_0}{n}}$

Rata-Rata Sampel = $\mu_{\bar{p}} = p_0$

Statistik Uji $z_{hitung} = \dfrac{\overline{p} - \mu_{\overline{p}}}{\sigma_{\overline{p}}}$ $\qquad z_{hitung} = \dfrac{\overline{p} - p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0 \times q_0}{n}}}$

SUKSES tergantung dari apa yang ditanyakan (ingin diuji) dalam soal.

Jika yang ingin diuji sampel 1 > sampel 2 maka SUKSES adalah banyak tanda (+)

Jika yang ingin diuji sampel 1 < sampel 2 maka SUKSES adalah banyak tanda (–)

Nilai p_0 disesuaikan dengan nilai pengujian p yang diinginkan dalam soal
atau jika ingin diuji proporsi sampel 1 = proporsi sampel 2 maka $p_0 = q_0 = 0.50$

Penetapan Penetapan H_0 dan H_1:
Terdapat 3 alternatif H_0 dan H_1:

(a) H_0: $p = p_0$ dan H_1: $p < p_0$
Uji 1 arah dengan daerah penolakan H_0: $z < -z_{\alpha}$

(b) H_0: $p = p_0$ dan H_1: $p > p_0$
Uji 1 arah dengan daerah penolakan H_0: $z > z_{\alpha}$

(c) H_0: $p = p_0$ dan H_1: $p \neq p_0$
Uji 2 arah dengan daerah penolakan H_0: $z < -z_{\alpha/2}$ dan $z > z_{\alpha/2}$

Contoh 1a:
Berikut adalah nilai preferensi konsumen terhadap 2 Merk Sabun Mandi. Dengan taraf nyata 1%, ujilah apakah proporsi preferensi konsumen pada kedua merk bernilai ***sama***?

No. Responden	LUXE	GIVE	Tanda
1.	4	2	+
2.	2	3	–
3.	3	3	0
4.	2	3	–
5.	3	2	+
6.	1	2	–
7.	2	3	–
8.	3	4	–
9.	3	2	+
10.	2	1	+
11.	4	1	+
12.	1	1	0
13.	4	2	+
14.	3	2	+
15.	4	3	+

Banyak tanda (+) = 8 Banyak tanda (–) = 5 n = 8 + 5 = 13

Jika kita asumsikan LUXE lebih disukai dibanding GIVE maka SUKSES dalam sampel adalah $\overline{p}$ = proporsi banyak tanda (+) dalam sampel

$$\overline{p} = \frac{\text{banyak positif}}{\text{n}} = \frac{8}{13} = 0.62$$

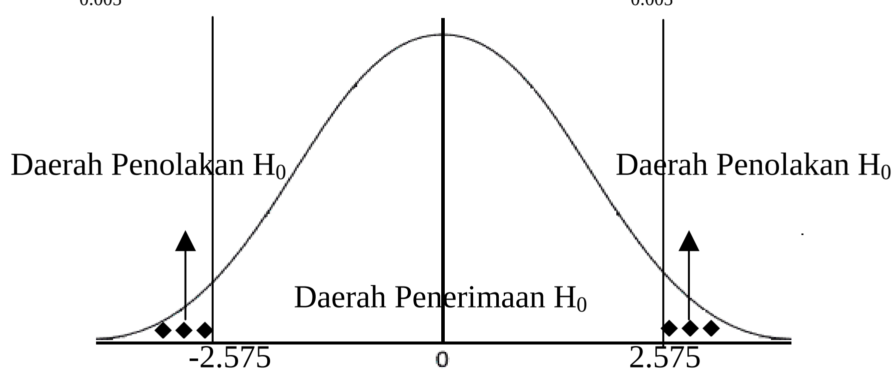
$$\overline{q} = 1 - \overline{p} = 1 - 0.62 = 0.38$$

Karena ingin diuji proporsi yang suka LUXE = GIVE maka $p_0 = q_0 = 0.50$

Langkah Pengujian:

1. H_0: p = 0.50 H_1: $p \neq 0.50$
2. Statistik Uji : z
3. Uji: 2 Arah
4. Taraf Nyata Pengujian = α = 1% $\rightarrow$ $\alpha/2$ = 0.5% = 0.005
5. Daerah Penolakan H_0

$z < -z_{0.005} \rightarrow z < -2.575$ dan $z > z_{0.005} \rightarrow z > 2.575$



6. Nilai statistik Uji :

$$z_{hitung} = \frac{\overline{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 \times q_0}{n}}} = \frac{0.62 - 0.50}{\sqrt{\frac{0.50 \times 0.50}{13}}} = \frac{0.12}{\sqrt{\frac{0.25}{13}}} = \frac{0.12}{\sqrt{0.0192\ldots}} = \frac{0.12}{0.13867\ldots} = 0.8653...$$

$$\approx 0.87$$

7. Kesimpulan:
   z hitung = 0.87 ada di daerah penerimaan H_0 H_0 diterima
   Proporsi konsumen yang menyukai LUXE masih sama dengan yang menyukai GIVE.

Contoh 1b:

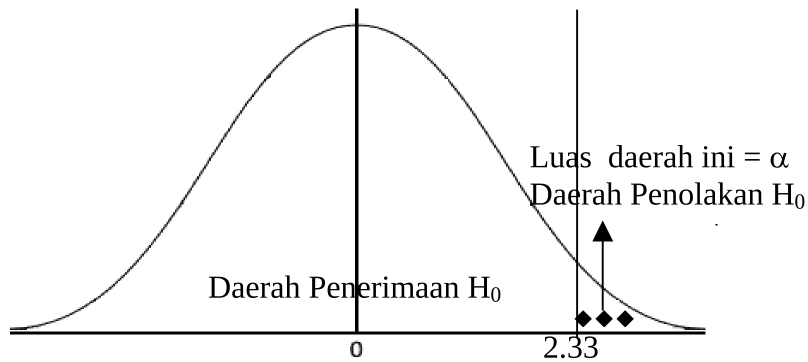
Dengan menggunakan data pada Tabel 1 dan taraf nyata 1% ujilah apakah proporsi preferensi konsumen pada sabun LUXE dibanding sabun GIVE sudah ***<u>lebih dari</u>*** 0.30?

p_0 = 0.30

q_0 = 1 - 0.30 = 0.70

1. H_0 : p = 0.30 H_1 : p > 0.30
2. Statistik Uji : z
3. Uji 1 Arah
4. Taraf Nyata Pengujian = α = 1% = 0.01
5. Daerah Penolakan H_0

$z > z_{0.01} \rightarrow z > 2.33$



6. Nilai statistik Uji :

$$z_{hitung} = \frac{\bar{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 \times q_0}{n}}} = \frac{0.62 - 0.30}{\sqrt{\frac{0.30 \times 0.70}{13}}} = \frac{0.32}{\sqrt{\frac{0.21}{13}}} = \frac{0.32}{\sqrt{0.0161\ldots}} = \frac{0.32}{0.1270\ldots} = 2.5177...$$

≈ 2.52

7. Kesimpulan:
   z hitung = 2.52 ada di daerah penolakan H_0,
   H_0 ditolak H_1 diterima
   Proporsi konsumen yang menyukai LUXE sudah lebih dari 0.30

3. Uji Peringkat 2 Sampel Mann-Whitney

Uji ini merupakan alternatif uji beda 2 rata-rata Parametrik dengan menggunakan t (Sampel-sampel berukuran kecil).

Langkah pertama pengujian ini adalah pengurutan nilai mulai dari yang terkecil hingga terbesar. Pengurutan dilakukan tanpa pemisahan kedua sampel.

Selanjutnya lakukan penetapan Rank (Peringkat) dengan aturan berikut:
Peringkat ke -1 diberikan pada nilai terkecil di urutan pertama
Peringkat tertinggi diberikan pada nilai terbesar

Jika tidak ada nilai yang sama maka urutan = peringkat
Jika ada nilai yang sama, maka ranking dihitung dengan rumus

$$\text{Peringkat (R)} = \frac{\sum \text{urutan data yg bernilai sama}}{\text{banyak data yg bernilai sama}}$$

Contoh 2a: Berikan peringkat (ranking) data dalam tabel berikut ini!

Tabel 2. Nilai UAS Statistika 2

Mahasiswa Fak. Ekonomi		
Nilai	Urutan	Rangking
30	2	2
55	4	4
65	5	5
70	8	7
75	10	9.5
88	16	15.5
90	17	17
95	18	18
98	19	19
100	20	20
	R_1 =	117

Mahasiswa Fak. Ilmu Komputer		
Nilai	Urutan	Ranking
25	1	1
50	3	3
70	6	7
70	7	7
75	9	9.5
78	11	11
80	12	12
85	13	13.5
85	14	13.5
88	15	15.5
	R_2 =	93

$$\text{Ranking untuk Nilai 70} = \frac{6+7+8}{3} = \frac{21}{3} = 7$$

$$\text{Ranking untuk Nilai 75} = \frac{9+10}{2} = \frac{19}{2} = 9.5$$

Notasi yang digunakan

$R_1 =$ Jumlah peringkat dalam sampel ke 1

$R_2 =$ Jumlah peringkat dalam sampel ke 2

$n_1 =$ ukuran sampel ke 1

$n_2 =$ ukuran sampel ke 2 Ukuran kedua sampel tidak harus sama

Rata-rata $R_1 = \mu_{R_1} = \dfrac{n_1(n_1 + n_2 + 1)}{2}$

Rata-rata $R_2 = \mu_{R2} = \dfrac{n_2(n_1 + n_2 + 1)}{2}$

Standar Error (Galat Baku) = $\sigma_R = \sqrt{\dfrac{n_1 \times n_2 \times (n_1 + n_2 + 1)}{12}}$

Statistik Uji $z = \dfrac{R_1 - \mu_{R_1}}{\sigma_{R_1}}$

Dalam perhitungan hanya R_1 yang digunakan, karena ia menjadi subyek dalam H_0 dan H_1:

Penetapan H_0 dan H_1: Terdapat 3 alternatif H_0 dan H_1:

(a) H_0: $\mu_1 = \mu_2$ dan H_1: $\mu_1 < \mu_2$
Uji 1 arah dengan daerah penolakan H_0: $z < -z_\alpha$

(b) H_0: $\mu_1 = \mu_2$ dan H_1: $\mu_1 > \mu_2$
Uji 1 arah dengan daerah penolakan H_0: $z > z_\alpha$

(c) H_0: $\mu_1 = \mu_2$ dan H_1 : $\mu_1 \neq \mu_2$
Uji 2 arah dengan daerah penolakan H_0: $z < -z_{\alpha/2}$ dan $z > z_{\alpha/2}$

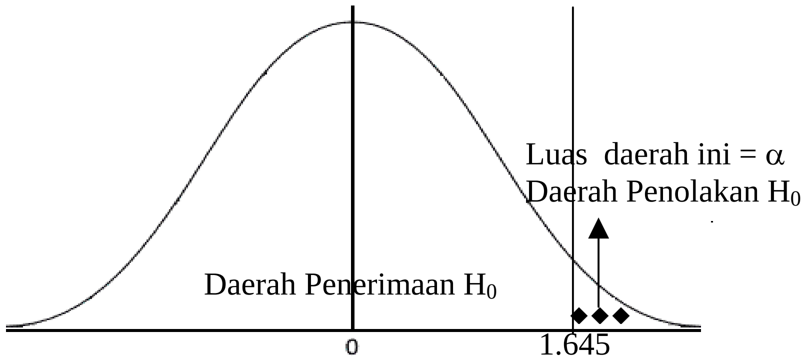
Contoh 2b:
Berdasarkan Tabel 2 (lihat Contoh 2a), ujilah dengan taraf nyata 5%, apakah (peringkat) nilai mahasiswa Fak, Ekonomi lebih besar dibanding mahasiswa Ilmu Komputer?

1. H_0: $\mu_1 = \mu_2$ H_1 $\mu_1 > \mu_2$
2. Statistik Uji : z
3. Uji 1 Arah

4. Taraf Nyata Pengujian = α = 5% = 0.05

5. Daerah Penolakan H_0

$z > z_{0.05} \rightarrow z > 1.645$



6. Nilai statistik Uji :

$R_1 =$ 117 $R_2 =$ 93

$n_1 = 10$ $n_2 = 10$

$$\mu_{R_1} = \frac{n_1(n_1+n_2+1)}{2} = \frac{10\times(10+10+1)}{2} = \frac{10\times 21}{2} = \frac{210}{2} = 105$$

$$\sigma_R = \sqrt{\frac{n_1\times n_2\times(n_1+n_2+1)}{12}} = \sqrt{\frac{10\times 10\times 21}{12}} = \sqrt{\frac{2100}{12}} = \sqrt{175} = 13.2287\ldots$$

$$z = \frac{R_1-\mu_{R_1}}{\sigma_{R_1}} = \frac{117-105}{\sqrt{175}} = \frac{12}{13.228\ldots} = 0.90711\ldots \approx 0.91$$

7. Kesimpulan:

z hitung = 0.91 ada di daerah penerimaan H_0, H_0 diterima

(Peringkat) nilai UAS Statistika 2 di Fakultas Ekonomi = Fakultas Ilmu Komputer.

4. Uji Peringkat 2 Sampel Wilcoxon

Prinsip pengerjaannnya sama dengan Uji Peringkat 2 Sampel Mann-Whitney, hanya fokus kini dialihkan sampel dengan ukuran terkecil.

Notasi yang digunakan :

$n_1 =$ ukuran sampel ke 1

$n_2 =$ ukuran sampel ke 2

$n_1 < n_2$ ukuran sampel ke 1 selalu lebih kecil dari sampel ke 2

W = jumlah peringkat pada sampel berukuran terkecil

Nilai Ekspektasi (W) = E(W) = $\frac{n_1(n_1 + n_2 + 1)}{2}$

Standar Error = SE = $\sqrt{\frac{n_1 \times n_2 \times (n_1 + n_2 + 1)}{12}}$

Statistik Uji z = $\frac{W - E(W)}{SE}$

Penetapan urutan, peringkat dan H_0 dan H_1 sama dengan Uji Mann-Whitney

Contoh 3: Berikut adalah data pendapatan di 2 kelompok pekerja

Tabel 3. Pendapatan Karyawan

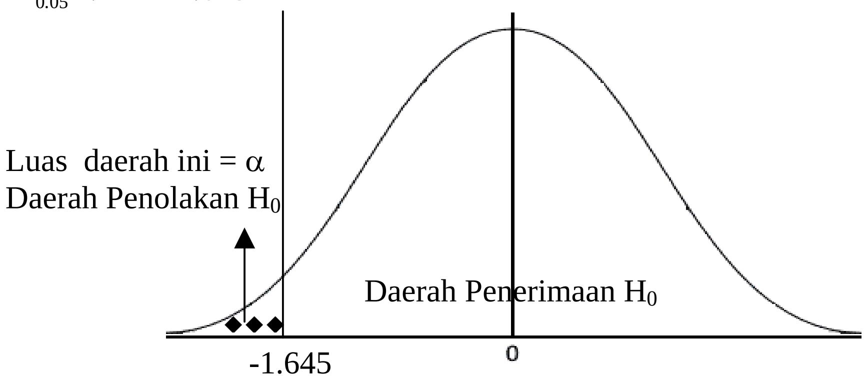
Departemen Q		
Income (ribu USD/tahun)	Urutan	Rangking
6	1	1
10	2	2
15	7	6
32	10	10
	W =	19

Departemen Z		
Income (ribu USD/tahun)	Urutan	Ranking
12	3	3
13	4	4
15	5	6
15	6	6
20	8	8
31	9	9
38	11	11
40	12	12

Dengan taraf nyata 5% ujilah apakah (peringkat) pendapatan di departemen Q ***<u>lebih kecil</u>*** dibandingkan departemen Z?

1. $H_0: \ \mu_1 = \mu_2$ $\qquad H_1 \quad \mu_1 < \mu_2$
2. Statistik Uji : z
3. Uji 1 Arah
4. Taraf Nyata Pengujian = α = 5% = 0.05
5. Daerah Penolakan H_0

   z < $-z_{0.05} \rightarrow$ z < -1.645



6. Nilai statistik Uji :

   $n_1 = 4 \qquad n_2 = 8$

   W = 19

   E(W) = $\dfrac{n_1(n_1+n_2+1)}{2} = \dfrac{4(4+8+1)}{2} = \dfrac{4\times 13}{2} = 26$

   $$SE = \sqrt{\frac{n_1 \times n_2 \times (n_1+n_2+1)}{12}} = \sqrt{\frac{4\times 8\times 13}{12}} = \sqrt{\frac{416}{12}}$$

   $$= \sqrt{34.666\ldots} = 5.8878\ldots \approx 5.89$$

   z = $\dfrac{W - E(W)}{SE} = \dfrac{19-26}{5.89} = -1.19$

7. Kesimpulan:

   z hitung = -1.19 ada di daerah penerimaan H_0, H_0 diterima

   Peringkat Pendapatan di kedua departemen sama

5. Uji Korelasi Peringkat Spearman

Dua uji terakhir (Mann-Whitney dan Wilcoxon) ditujukan untuk 2 sampel yang saling bebas (independen), sedangkan Uji Peringkat Spearman ditujukan untuk penetapan peringkat data berpasangan.

Konsep dan interpretasi nilai Korelasi Spearman (R_s) sama dengan konsep Koefisien Korelasi pada Regresi (Linier Sederhana).

Notasi yang digunakan:

n = banyak pasangan data

d_i = selisih peringkat pasangan data ke i

R_s = Korelasi Spearman

$$R_s = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{n} d_i^{\,2}}{n(n^2-1)}$$

Statistik Uji z = $R_S \times \left(\sqrt{n-1}\right)$

Penetapan H_0 dan H_1: Terdapat 3 alternatif H_0 dan H_1:

(a) H_0: R = 0 (korelasi bernilai 0, tidak ada hubungan /tidak ada kecocokan)
H_1: R < 0 (korelasi negatif)
Uji 1 arah dengan daerah penolakan H_0: z < $-z_\alpha$

(b) H_0: R = 0 (korelasi bernilai 0, tidak ada hubungan /tidak ada kecocokan)
H_1: R > 0 (korelasi positif)
Uji 1 arah dengan daerah penolakan H_0: z > z_α

(c) H_0: R = 0 (korelasi bernilai 0, tidak ada hubungan /tidak ada kecocokan)
H_1: R ≠ 0 (ada korelasi/ada kecocokan, korelasi tidak sama dengan 0)
Uji 2 arah dengan daerah penolakan H_0: z < $-z_{\alpha/2}$ dan z > $z_{\alpha/2}$

Peringkat diberikan tergantung kategori penilaian.
Jika ada item yang dinilai ber-peringkat sama, maka penetapan peringkat seperti dalam Mann-Whitney dapat dilakukan (ambil rata-rata peringkatnya!)

Contoh 5:
Dua orang pakar (ahli) diminta memberikan peringkat kinerja pada 10 Bank di Indonesia. Peringkat diberikan mulai dari bank terbaik = peringkat 1 sedang yang terburuk diberi peringkat 10. Hasilnya disajikan dalam Tabel 4.

Tabel 4. Hasil peringkat 10 Bank oleh 2 Pakar

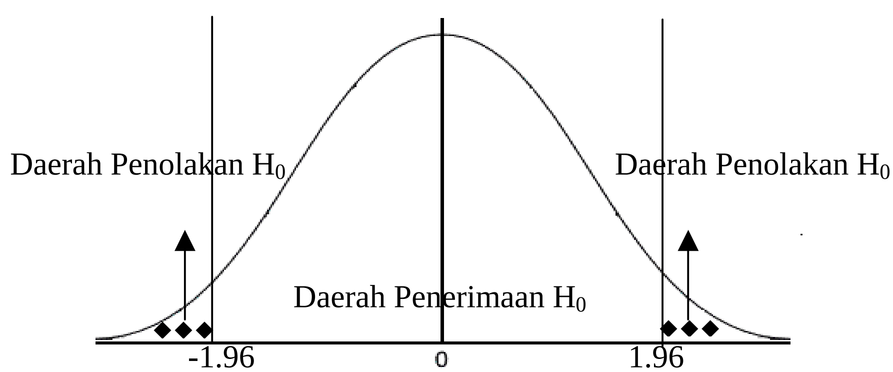
Bank	Ranking Pakar I	Rangking Pakar II	d_i	d_i^2
A	4	3	1	1
B	5	1	4	16
C	3	4.5	-1.5	2.25
D	7	6	1	1
E	10	8	2	4
F	1	2	-1	1
G	6	4.5	1.5	2.25
H	2	7	-5	25
I	8.5	10	-1.5	2.25
J	8.5	9	-0.5	0.25
			Σd_i^2 =	55

Dengan taraf nyata 5% ujilah apakah apa korelasi antara peringkat yang diberikan kedua pakar?

1. H_0: R = 0 H_1: R $\neq$ 0
2. Statistik Uji : z
3. Uji 2 Arah
4. Taraf Nyata Pengujian = α = 5% $\rightarrow$ $\alpha/2$ = 2.5% = 0.025

5. Daerah Penolakan H_0

$z < -z_{0.025} \rightarrow z < -1.96$ dan $z > z_{0.025} \rightarrow z > 1.96$



6. Nilai statistik Uji :

$$R_s = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{n} d_i^{\ 2}}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6 \times 55}{10 \times (10^2 - 1)} = 1 - \frac{330}{990} = 1 - 0.33... = 0.67$$

$$z = R_S \times \left(\sqrt{n-1}\right) = 0.67 \times \left(\sqrt{10-1}\right) = 0.67 \times \sqrt{9} = 0.67 \times 3 = 2.01$$

7. Kesimpulan:

z hitung = 2.01 ada di daerah penolakan H_0

H_0 ditolak H_1 diterima

Ada korelasi/ada kecocokan pemberian peringkat oleh kedua pakar,

6. Uji Konkordansi Kendall

Pengujian sampel berpasangan ganda (multiple-paired samples).
Orang yang memberi peringkat lebih dari 2.
Statistik Uji yang digunakan : χ^2 (chi kuadrat) dengan derajat bebas (db) = n-1

Notasi yang digunakan

n = banyak pasangan data, n ≥ 8
R = jumlah peringkat
k = banyak orang yang memberi peringkat (k >2)

Statistik Uji $\chi^2 = \dfrac{12\sum R^2 - (3n(k(n+1)^2)}{kn(n+1)}$ **)

**) sumber di Diktat Statistika-2, Gunadarma agak rancu…?
Sumber lain belum saya temukan. Yang paling mendekati ada di
http://www.analystsoft.com/en/products/statplus/content/help/src/analysis_nonparametric_statistics_comparing_multiple_dependent_samples_friedman_anova_kendall_concordance.html

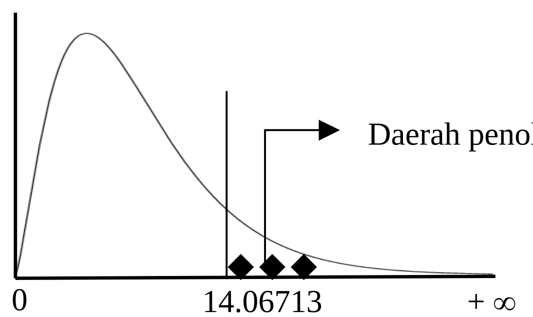
Contoh 6:

Tiga konsultan Teknologi Informasi (TI) diminta memberi peringkat pada 8 merk laptop.
Dengan taraf nyata 5% ujilah apakah terdapat kecocokan peringkat? (lihat Tabel di bawah)

Merk Laptop	Pakar 1	Pakar 2	Pakar 3	R	R^2
A	3	2	4	9	81
B	2	5	3	10	100
C	1	1	2	4	16
D	5	3	1	9	81
E	8	4	7	19	361
F	6	7	5	18	324
G	7	6	8	21	441
H	4	8	6	18	324
					$\Sigma R^2 = 1728$

Jawab:

1. H_0: $R_{Kendall} = 0$ (tidak ada korelasi/tidak ada kecocokan)
   H_1: $R_{Kendall} \neq 0$ (ada korelasi/ada kecocokan)
2. Statistik Uji : χ^2
3. Taraf Nyata Pengujian = α = 5% = 0.05
4. db = n –1 = 8 – 1 = 7 dan $\chi^2_{\text{tabel (db; }\alpha)} = 14.06713$
5. Daerah Penolakan H_0 jika $\chi^2 > \chi^2$ tabel $_{(\text{db; }\alpha)}$ $\chi^2 > 14.06713$



6. Nilai statistik Uji :

$$\chi^2 = \frac{12\sum R^2 - (3n(k(n+1)^2)}{kn(n+1)} = \frac{(12\times1728)-((3\times8)\times(3\times(8+1)^2))}{(3\times3)\times(8+1)} = 15$$

7. Kesimpulan:
   $\chi^2_{hitung} = 15$ ada di daerah penolakan H_0 maka H_0 ditolak dan H_1 diterima
   Ada kecocokan peringkat.
7. Uji Run(s)

Uji Run(s) digunakan untuk menguji keacakan dalam suatu sampel.

Run adalah satu atau lebih lambang-lambang yang identik yang didahului atau diikuti oleh suatu lambang yang berbeda atau tidak ada lambang sama sekali.

Misal: LLL PPP L P L PPPP L P LLLLLL terdapat 9 runs

Run ke 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Statistik Uji yang digunakan = z

Notasi yang digunakan

$n_1 =$ banyak lambang 1 dalam sampel $n_1 > 10$

$n_2 =$ banyak lambang 2 dalam sampel $n_2 > 10$

n = $n_1 + n_2$

$n_r =$ banyak run(s)

Rata-rata Run(s) = $\mu_r = \dfrac{2n_1n_2}{n} + 1$

Standar Deviasi Run(s) = $\sigma_r = \sqrt{\dfrac{2n_1n_2(2n_1n_2 - n)}{n^2(n-1)}}$

Statistik Uji z = $z = \dfrac{n_r - \mu_r}{\sigma_r}$

Penetapan H_0

H_0: Susunan Acak (Random)

H_1: Susunan Tidak Acak (Tidak Random)

Uji 2 arah dengan daerah penolakan H_0: z < $-z_{\alpha/2}$ dan z > $z_{\alpha/2}$

Contoh 7:

Berikut adalah urutan duduk mahsiswa dan mahasiswi dalam suatu kelas:

LL P L PP L P L P L P LL P LLLLLLL PP L P LL PP LLLLLL

L = Laki-laki, P = Perempuan

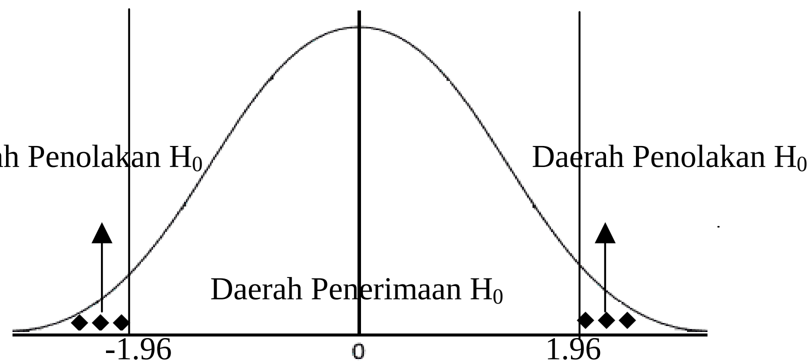
Dengan taraf nyata 5%, ujilah apakah urutan ini sudah random?

n_1 = banyak L = 24 n_2 = banyak P = 12 $n_r =$ banyak runs = 19

1. H_0: susunan acak H_1: susunan tidak acak

2. Statistik Uji : z
3. Uji 2 Arah
4. Taraf Nyata Pengujian = α = 5% $\rightarrow$ $\alpha/2$ = 2.5% = 0.025
5. Daerah Penolakan H_0

$z < -z_{0.025} \rightarrow z < -1.96$ dan $z > z_{0.025} \rightarrow z > 1.96$



6. Nilai statistik Uji :

$$\mu_r = \frac{2n_1n_2}{n} + 1 \quad \frac{2\times 24\times 12}{36} + 1 = 17$$

$$\sigma_r = \sqrt{\frac{2n_1n_2(2n_1n_2 - n)}{n^2(n-1)}} = \sqrt{\frac{2\times 24\times 12\times(2\times 24\times 12 - 36)}{36^2\times(36-1)}} = \sqrt{\frac{576\times 540}{1296\times 35}} =$$

$\sqrt{6.857143}$ = 2.618615 $\approx$ 2.62

$n_r = 19$

$$z = \frac{n_r - \mu_r}{\sigma_r} = \frac{19-17}{2.62} = 0.76$$

7. Kesimpulan:

z hitung = 0.76 ada di daerah penerimaan H_0

H_0 diterima. Susunan acak.

Catatan akhir:
Terdapat banyak ragam perhitungan Statistika Non-parametrik lainnya, mahasiswa sangat dianjurkan mempelajari sendiri berbagai teknik perhitungan Statistika Non Parametrik tersebut.

Selesai